| | | |
|---|---|---|
| BTS électrotechnique 1° Année. | Introduction aux régimes transitoires: Détermination de l'inductance d'induit d'une machine à courant continu. | Support de cours. |

## Problématique.

La motorisation d'un Scooter Electrique est du type à courant continu à excitation indépendante.

La machine est alimentée par un hacheur à 2 quadrants dont la fréquence de Hachage doit, au maximum, être de 1000 Hz. Ce hacheur est alimenté par une batterie de 18V.

On souhaite que l'ondulation maximum du courant d'induit soit de 1% de la valeur nominale du courant d'induit.

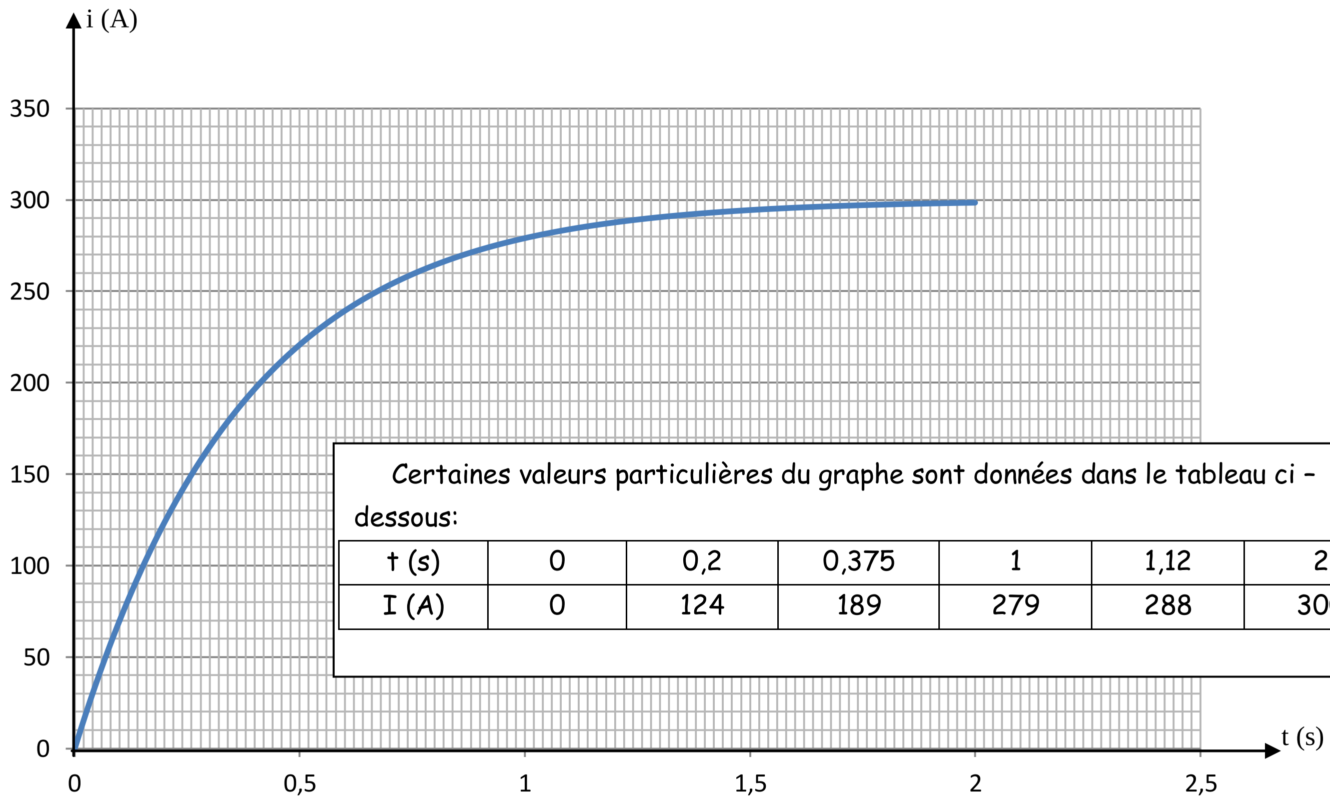
### Le moteur prévu permet – il d'atteindre cette performance ?

## Analyser.

Les valeurs nominales de l'induit de la machine sont:

- $U_N$ = 18 V
- $I_N$ = 120 A
- R = 5 mΩ.

Un essai à rotor bloqué, a permis d'enregistrer l'établissement du courant dans l'induit, noté $i_m(t)$, quand celui – ci a été soumis à un échelon de tension d'amplitude 1,5 V (graphe ci-dessous).




Certaines valeurs particulières du graphe sont données dans le tableau ci – dessous:

| t (s) | 0 | 0,2 | 0,375 | 1 | 1,12 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I (A) | 0 | 124 | 189 | 279 | 288 | 300 |

L'ondulation maximale du courant d'induit s'exprime par la relation: $\Delta i_{Max} = \frac{U}{8.L.f}$ ou U représente la tension de la batterie, f la fréquence de hachage du hacheur et L, l'inductance de l'induit.

## *S'approprier l'information.*

Vous trouverez ci-dessous des explications concernant l'établissement du courant i(t) dans un circuit R-L série soumis à une variation instantanée de tension, appelée, échelon de tension.

L'objectif est de déterminer l'expression temporelle de i(t) à partir de son équation, puis de caractériser sa représentation graphique dans le temps.

### Mise en équation du circuit

- La loi des mailles, exprimée en valeurs instantanées donne : $u(t) = u_L(t) + u_R(t)$.
- Les expressions de $u_R(t)$ et $u_L(t)$ sont : $u_R = R.i$ et $u_L = L.\frac{di(t)}{dt}$ où le terme $\frac{di(t)}{dt}$ correspond à la dérivée du courant i(t) par rapport au temps (notion non vue en mathématiques pour l'instant).
- La loi des mailles se réécrit : $\mathrm{u(t) = R.\,i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}}$
- En divisant par L de chaque coté de l'égalité, on obtient $\mathrm{\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{u(t)}{L}}$. **Cette équation s'appelle une équation différentielle du 1° degré**, car elle met en relation la grandeur que l'on cherche, i(t), et sa dérivée $\mathrm{\frac{di(t)}{dt}}$.

### Solution de l'équation : expression temporelle de i(t).

- La solution de cette équation dépend de l'expression de u(t).Comme nous appliquons un échelon de tension à partir de l'instant t = 0, u(t) = $U_0$ (constant) et l'équation se réécrit : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{U_0}{L}$.
- La solution de cette équation du 1° ordre est : $i(t) = \frac{U_0}{R}.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.
- **$\tau$ est appelé la constante de temps du circuit et s'exprime par : $\tau = \frac{L}{R}$**

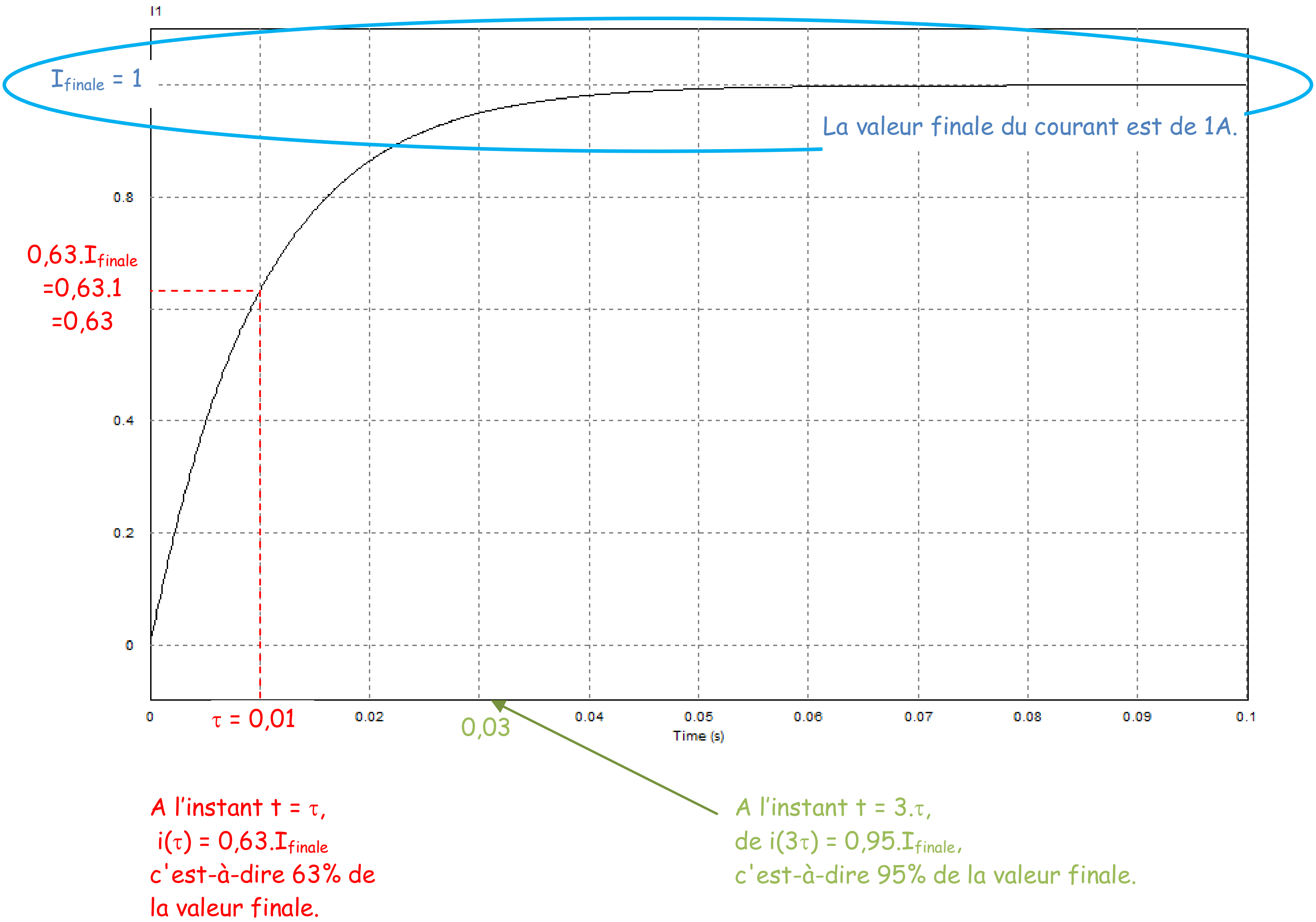
Représentation graphique: évolution temporelle de i(t).

Pour l'exemple, on a choisi **R = 10 Ω et L = 0,1 H**.

L'échelon de tension vaut $U_0$ = 10 V, c'est-à-dire qu'a partir de l'instant t = 0s, on applique une tension continue de 10 V au circuit R-L série.

On constante sur le graphe que:

- Le courant met un certain temps pour passer de zéro à sa valeur finale: on parle **de régime transitoire**.
- Le courant reste établi à une valeur finale après se régime transitoire: c'est le **régime permanent**.
- Le régime transitoire est caractérisé par:




## Réaliser.

1) Quel élément est-il capital de déterminer pour répondre à la problématique?
2) En vous inspirant des explications ci-dessus, justifiez que l'on puisse, grâce à l'essai à rotor bloqué, déterminer la valeur de la constante de temps, électrique, de l'induit de la machine.
3) Répondre à la problématique…

Correction de la problématique ici.

| BTS électrotechnique 1° Année. | L'ESSENTIEL SUR: Régime transitoire et Systèmes du 1°ordre. | Fiche de cours de Sciences Appliquées |
|---|---|---|

| **Rapport au programme.** | **Savoirs et savoirs – faire associés.** |
|---|---|
| A.5) Régimes transitoires.<br>A5.1) Régime permanent et régime transitoire. | • Savoir déterminer la constante de temps et le gain statique à partir de l'équation différentielle ($O_1$).<br>• Savoir déterminer la constante de temps, le temps de réponse et le gain statique à partir de la représentation graphique de la grandeur de sortie. ($O_2$) |

## Caractéristique d'un système du premier Ordre ($O_1$).

Un *système* du **1°ordre** est caractérisée par son équation différentielle, liant la grandeur d'entrée $g_e$ et la grandeur de sortie $g_s$ dont la forme normalisée est :

$$\boxed{\frac{d\,g_s}{dt}+\frac{1}{\tau}.g_s=\frac{T_0}{\tau}.g_e}$$

Les caractéristiques du système sont les suivantes :

$T_0$ : gain statique

$\tau$ : Constante de temps en s

## Expression de la grandeur de sortie $g_s(t)$.

Quand la grandeur d'entrée est un échelon d'amplitude E ($g_e$ = E = constante à partir de t = 0), l'expression temporelle de la grandeur de sortie, pour des conditions initiales nulles :

$$g_S(t)=T_0.E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

## Détermination graphique des caractéristiques de l'évolution temporelle de la grandeur de sortie($O_2$).

L'évolution temporelle de $g_s(t)$ est donnée ci-dessous, pour un ***échelon d'entrée d'amplitude E=1***. On constate qu'il existe deux parties dans cette représentation:

- La première, ou la grandeur de sortie varie, appelée régime transitoire.
- La seconde, ou la grandeur de sortie est constante, appelée régime permanent.

On peut déterminer les caractéristiques $T_0$ et τ ;

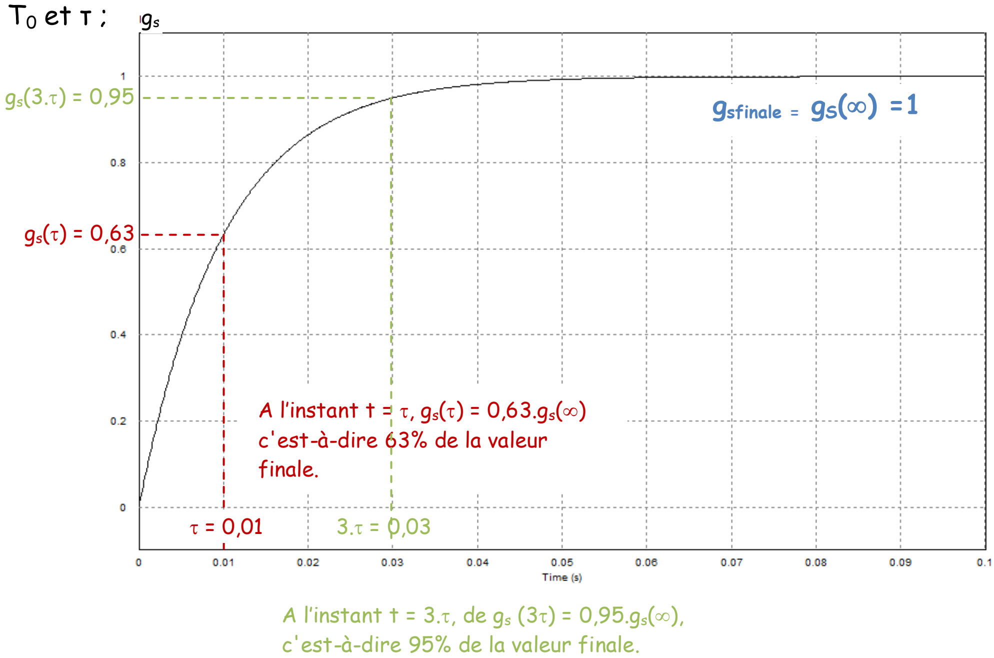
- La valeur finale de $g_S$, notée $g_S(\infty)$, nous permet de déterminer, **le gain statique** $T_0$ car:

  $g_s(\infty)$ = $T_0$.E

- **La constante de temps** $\tau$ correspond au temps mis par $g_S(t)$ pour atteindre **63% de la valeur finale.**

  **$g_s(\tau)$ = 0,63.$g_s(\infty)$**

- Le régime permanent est atteint au bout de 3.$\tau$, quand la grandeur de sortie a atteint **95% de sa valeur finale.**



| | | |
|---|---|---|
| BTS électrotechnique 1° Année. | Régimes transitoires:<br>Systèmes du 1°ordre. | Fiche d'exercices de Sciences Appliquées. |

## Exercice 1 : identification des caractéristiques du système.

L'objectif de l'exercice est d'apprendre à déterminer, par identification à l'écriture normalisée d'un système du 1°ordre, les caractéristiques d'un système à partir de son équation différentielle.

Pour chaque équation du tableau ci-dessous, déterminer la constante de temps et le gain statique.

1) $\frac{dg_s}{dt} + 10g_s = 0{,}1g_e$
2) $5\frac{dg_s}{dt} + 10g_s = 5g_e$

## Exercice 2 : Réalisation d'une temporisation électronique.

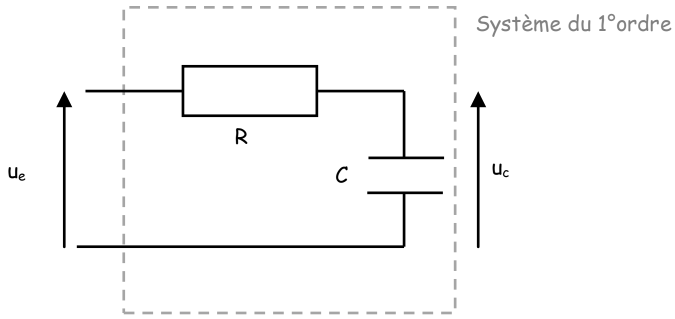
Les temporisations sont souvent utilisées lors de la programmation d'Automates Industriels; elles sont alors réalisées de façon "logicielle". Cependant, dans des utilisations ne nécessitant pas d'API, cette fonction temporisation, peut aussi être réalisée par l'intermédiaire de portes logiques associées à un circuit série résistance condensateur.

L'objectif de l'exercice est de comprendre l'influence des valeurs des composants RC sur la durée de la temporisation.

On considère le cirucuit RC série le système du 1° ordre défini par :

- Grandeur d'entrée : la tension échelon aux bornes du circuit, notée $u_e$.
- Grandeur de sortie : la tension aux bornes du condensateur, notée $u_c$.

Le schéma du montage est donc le suivant :




**Charge du condensateur à travers la résistance.**

On considère que la tension du condensateur est nulle à l'instant t = 0. La tension d'entrée $u_e$ vaut 0 et subit un échelon d'amplitude E à t = 0.

1) Quelle est la relation entre les différentes tensions du montage.

On rappelle que le courant à travers un condensateur est lié à la tension à ses bornes par la relation : $i_c = C.\frac{du_c}{dt}$.

2) A l'aide des deux relations précédentes, établir l'équation différentielle liant $u_c(t)$ à $u_e(t)$.
3) Déterminer l'expression de la constante de temps du système, en fonction des éléments R et C.
4) Quelle est la valeur du gain statique ?

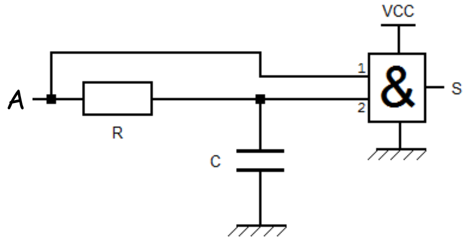
On donne E= 5V ; R = 10 KΩ ; C = 10 μF.

5) Quelle est la valeur de la tension $u_c$ en régime établi ?
6) Esquissez l'allure de la tension de sortie $u_c(t)$.

Correction de l'exercice 1 ici.

## Réalisation d'une temporisation.

On associe le circuit précédent à une porte logique ET comme le montre le schéma ci-dessous. La tension $V_{cc}$ vaut 5V. On souhaite réaliser une temporisation d'une durée $t_{temp}$ = 100 ms.




Les caractéristiques de la porte logique sont les suivantes:

- Table de vérité: état logique de la sortie en fonction des états logiques des entrées 1 et 2.

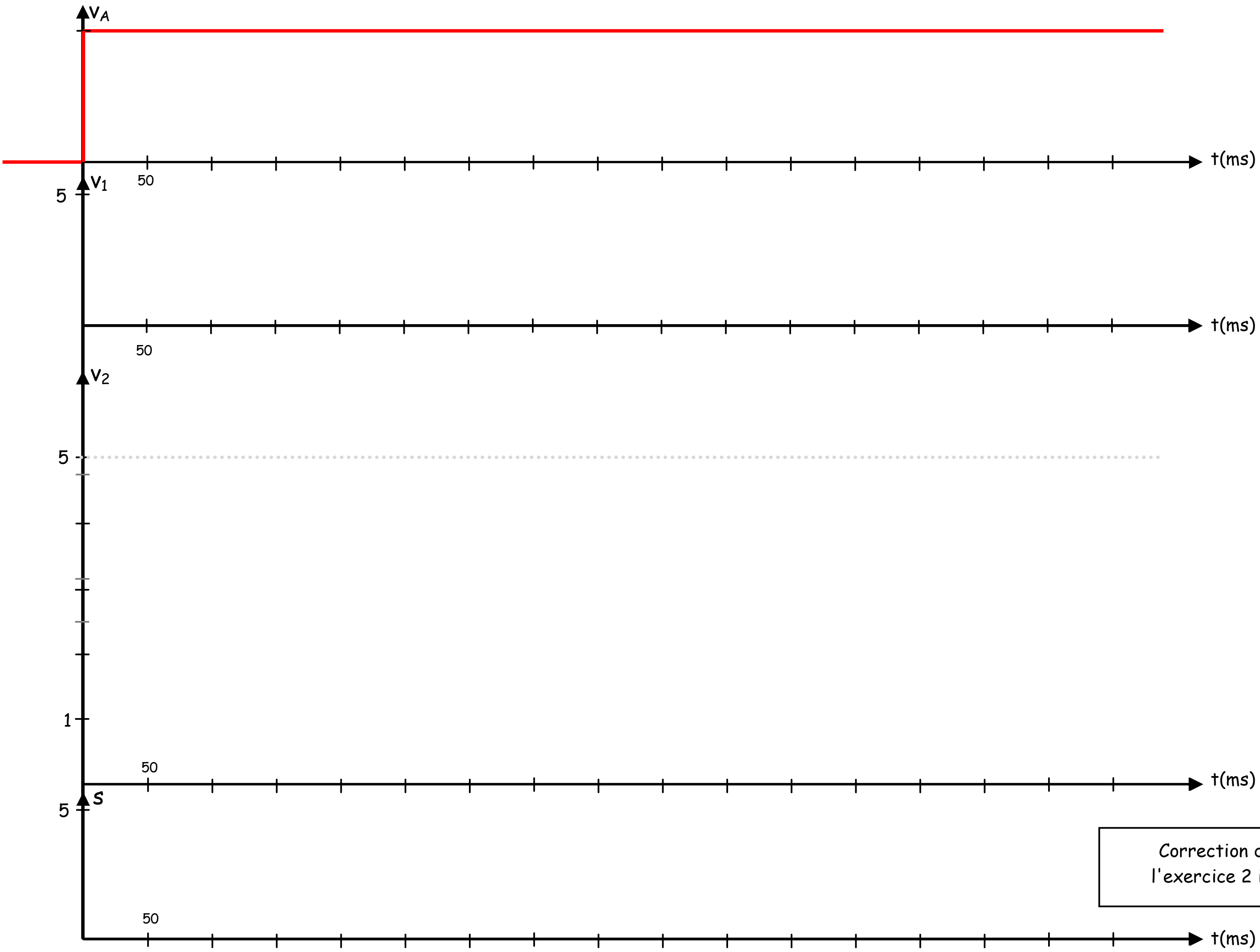
| $V_1$ | $V_2$ | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

- Seuil des tensions d'entrée:

| Valeur de la tension $V_1$ (ou $V_2$) | Etat logique de $V_1$ ou $V_2$ |
|---|---|
| $0 < V_1 < V_{cc}/2$ | 0 |
| $V_{cc}/2 < V_1 < Vcc$ | 1 |

Les valeurs de R et C sont les mêmes que précédemment. A l'instant t=0 on applique un échelon de tension E=5V sur la borne A du montage.

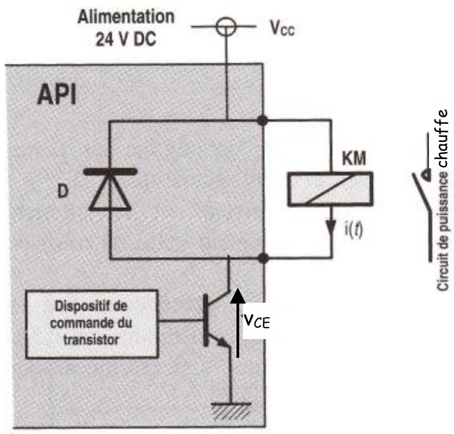
7) Compléter les chronogrammes ci-dessous et conclure sur la valeur de la temporisation.
8) Proposer une solution pour obtenir la valeur souhaitée.




Correction de l'exercice 2 ici.

## Exercice 3 : Alimentation d'un bain de dégraissage.

On désire déclencher un dispositif de chauffe (bain de dégraissage) en utilisant une sortie d'un automate programmable industriel (API). Pour ce faire, on utilise un contacteur dont la bobine est commandée par un étage de sortie de l'automate réalisé à l'aide d'un transistor de type NPN.




### Etude de la sortie de l'automate.

La sortie de cet automate délivre un courant maximal de 2 A.

On utilise un contacteur dont les caractéristiques de la bobine KM sont:

- Résistance $R_{KM} = 27\ \Omega$ ;
- Inductance $L_{KM} = 145$ mH.

Ce contacteur s'enclenche lorsque l'intensité du courant parcourant la bobine KM atteint 50 % de la valeur atteinte en régime permanent.

A l'instant t = 0 le programme automate commande le transistor à la saturation; celui-ci se comporte alors comme un interrupteur fermé parfait ($v_{CE} = 0$) et la diode D est alors bloquée, c'est-à-dire équivalente à un interrupteur ouvert.

1) Etablir le schéma équivalent du dispositif à partir de l'instant t = 0.
2) Montrer que le courant i(t) vérifie une équation différentielle du premier ordre.
3) Déterminer l'expression puis la valeur numérique de la constante de temps du circuit.
4) L'intensité du courant atteint en régime établi est-elle compatible avec l'intensité maximale que peut fournir la sortie de l'automate programmable ?
5) On montre que la valeur du courant vaut la moitié de sa valeur finale à l'instant $t_{1/2} = 0{,}69.\tau$. Au bout de combien de temps le contacteur s'enclenche-t-il ?
6) Peut-on estimer que le contact se fait "instantanément" vu la nature du système commandé?

### Etude du circuit de chauffe.

Le dispositif de chauffe est constitué de thermoplongeurs qui convertissent l'énergie électrique en énergie thermique, d'une cuve remplie de 80 litres de mélange d'eau et de produit chimique permettant le dégraissage de tôles métalliques avant une nouvelle phase de traitement de surface.

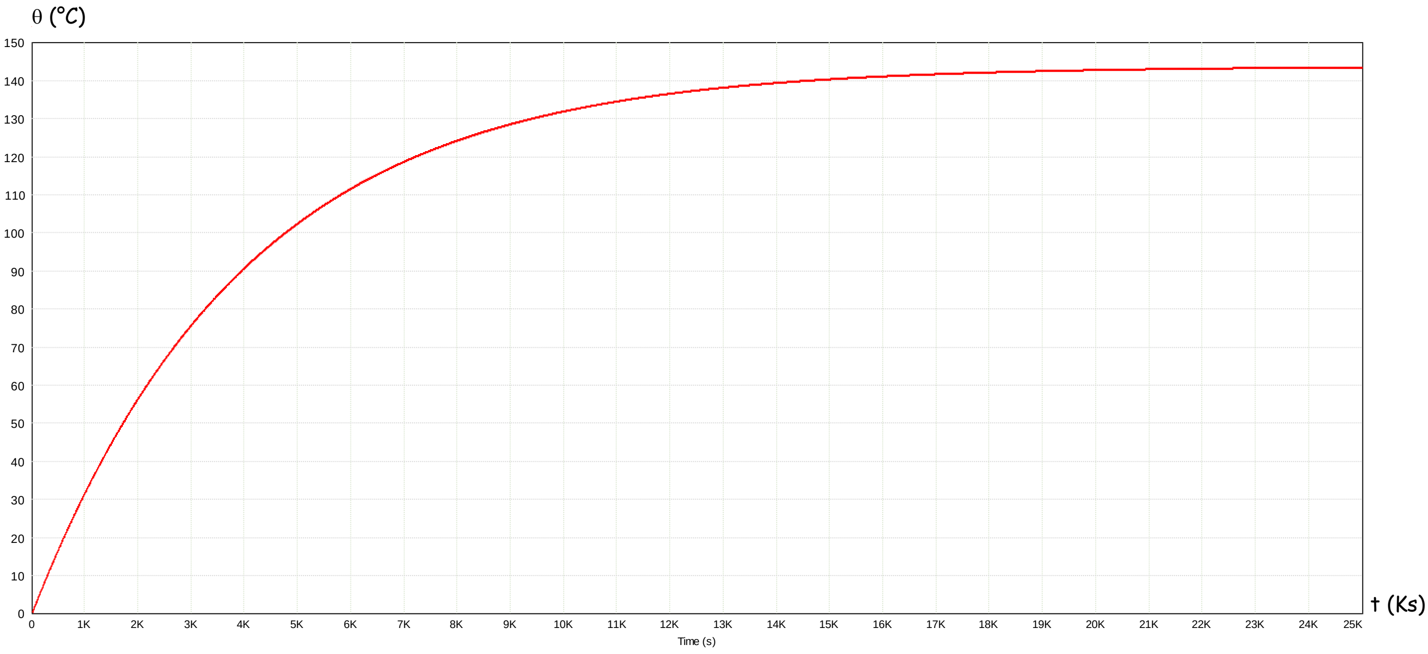
L'objectif est d'étudier le comportement physique de la cuve à travers sa montée en température: la cuve et le liquide sont considérés comme "le système" et la montée en température se fera par *rapport à l'air ambiant*, noté $\theta_a$.

Dans ces conditions, on montre, grâce à la conservation de l'énergie, que la puissance électrique P fournie par les thermoplongeurs et la température $\theta$ du liquide, sont liés par la relation:

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{MCR_{th}}\theta = \frac{P}{MC}$$

- $R_{th}$ est la résistance thermique de la cuve en $K.W^{-1}$. Cette caractéristique traduit le transfert de puissance thermique qui existe entre l'eau, portée à une température $\theta$ et le milieu extérieur à la température ambiante. $R_{th}$ est donc liée aux pertes thermiques qui seront d'autant plus faible que $R_{th}$ sera grand.
- M représente la masse de liquide à chauffer, en Kg
- $C = 4000\ J.K^{-1}.Kg^{-1}$ et représente la capacité thermique du produit. Cette caractéristique traduit la quantité d'énergie qu'il faut apporter pour augmenter de un degré Kelvin (ou 1 degré Celsius) un Kg de liquide.

On cherche à évaluer la valeur de la résistance thermique du système; pour cela on a réalisé l'enregistrement de la montée en température suite à un échelon de puissance électrique.de 12 KW. Cependant, pour des raisons de sécurité, l'enregistrement à été arrêté à une température de 90°C; une courbe de tendance à permis de tracer l'évolution théorique de la température jusqu'au régime permanent.



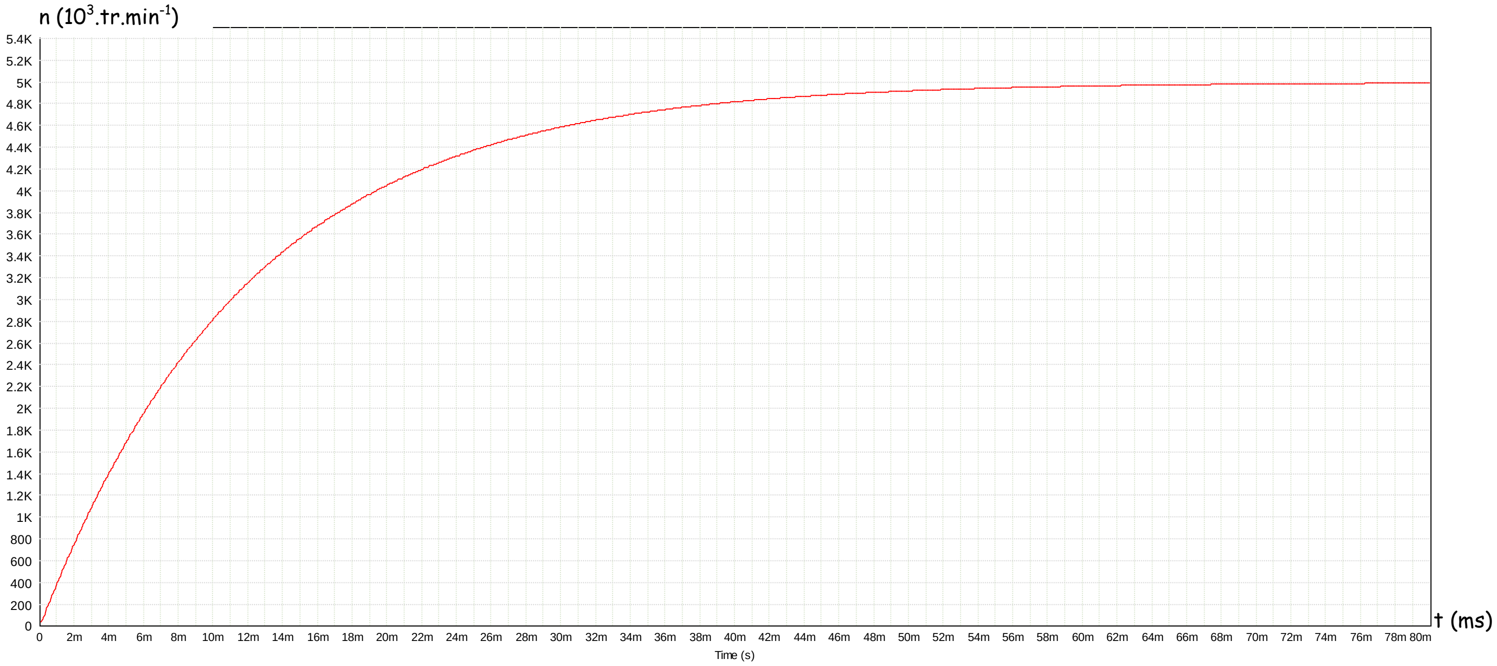

7) A partir de l'enregistrement ci-dessus, déterminer la résistance thermique du système.
8) Quel serait l'effet d'une augmentation de $R_{th}$ sur la réponse en température, l'échelon de puissance restant inchangé?
9) Pourrait-on envisager alors de modifier la puissance électrique?

Correction de l'exercice 3 ici.

## Exercice 4 : détermination du moment d'inertie d'un moteur.

On considère un moteur à courant continu à aimants permanents, de faible puissance, inséré dans une chaîne d'asservissement de position.

La réalisation de cet asservissement nécessite la connaissance du moment d'inertie que l'on cherche à déterminer en effectuant un démarrage du *moteur à vide* (couple résistant nul) sous tension constante U = 5,6V. L'enregistrement de la mise en vitesse est donné ci – dessous. La vitesse n est en $tr.min^{-1}$ et le temps en ms.




A l'aide d'essais précédents, on a déterminé la résistance d'induit R = 1,5 Ω et la constante électromécanique $K = 10.10^{-3}$ $V.s.rad^{-1}$.

Pour la résolution de l'exercice, on rappelle que:

- Le schéma équivalent de l'induit d'une MCC, soumise à une tension constante notée U, est constitué d'une source de tension E en série avec une résistance R.
- E est est proportionnelle à la vitesse : E = K.Ω (relation 1).
- Le courant, noté $i_m$, circulant dans le moteur est proportionnel au couple moteur $T_m$ : $T_m = K.i_m$ (relation 2).
- Le principe fondamental de la dynamique pour un système en rotation s'écrit : $J_m \frac{d\Omega}{dt} = T_m - T_r$ (relation 3)

ou $J_m$ représente le moment d'inertie du rotor, $T_m$ le couple moteur et $T_r$ le couple résistant imposé par la charge.

1) Montrer que la vitesse du moteur vérifie l'équation différentielle : $\Omega + \frac{J_m R}{k^2}\frac{d\Omega}{dt} = \frac{U}{k}$
2) Montrer que l'expression de la constante de temps du moteur est : $\tau = \frac{R.J}{k^2}$.
3) Montrer que l'expression du gain statique du moteur est : $T_0 = \frac{1}{k}$.
4) Déterminer ses valeurs graphiquement.
5) En déduire la valeur numérique du moment d'inertie du moteur.

Correction de l'exercice 4 ici.

| BTS électrotechnique 1° Année. | Détermination de l'inductance d'induit d'une machine à courant continu. | Support de cours. |
|---|---|---|

## Correction de la Problématique.

### Le moteur prévu permet – il d'atteindre cette performance ?

L'objectif est ici de limiter l'ondulation du courant d'induit, noté $\Delta i$ de la Machine à courant continu, à 1% de la valeur du courant d'induit nominal $I_N$.

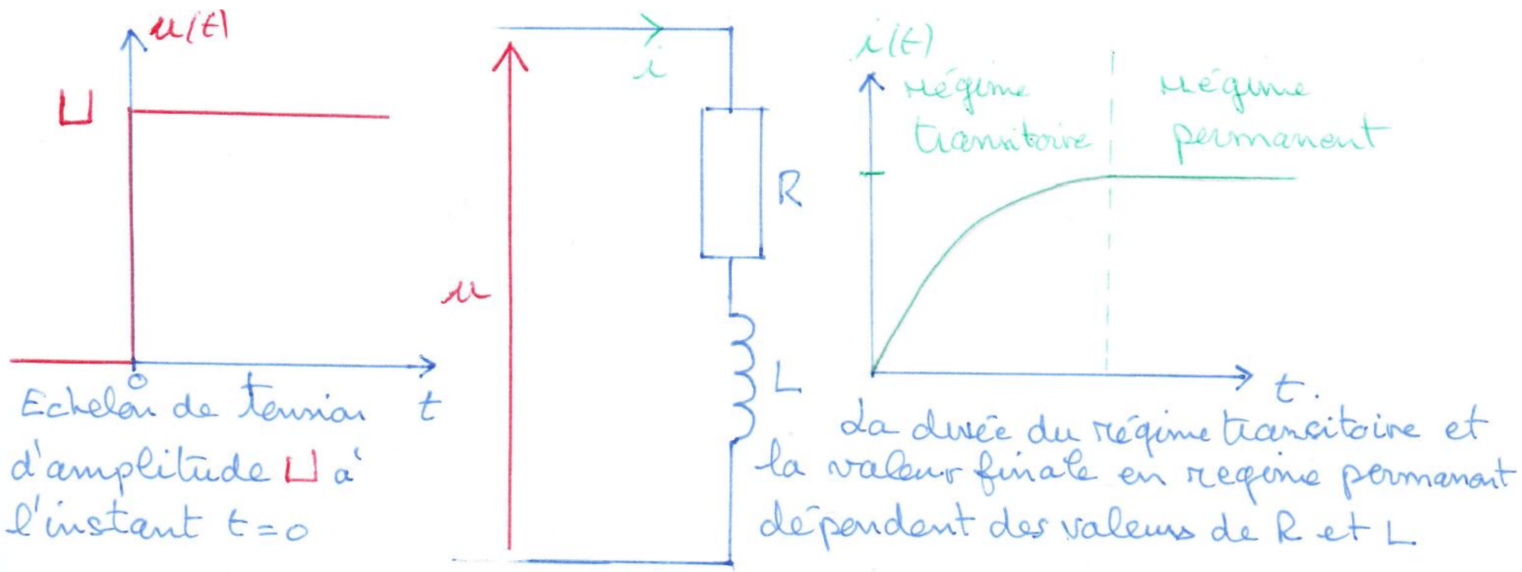
L'application numérique donne: $\Delta i_{Max} = 0{,}01.I_N = 0{,}01.120 = 1{,}2$ A

Démarche.

On sait que l'ondulation maximale est définie par $\Delta i_{Max} = \frac{U}{8.L.f}$, donc il faut déterminer la valeur de l'inductance **L** puisque l'on connait les autres termes de la relation.

Pour cela, il faut utiliser l'essai de la machine à rotor bloqué, car le schéma électrique équivalent de l'induit est alors un circuit R-L série : en effet, le rotor étant bloqué, la vitesse reste nulle ($\Omega = 0$) même une fois l'induit alimenté, et ainsi la fem $E = K\phi\Omega$ reste nulle.

Comme on connait l'évolution du courant dans l'induit suite à un échelon de tension, on pourra utiliser celui-ci en association avec les explications données dans l'énoncé.




A lecture de celles-ci, il faut exploiter cet enregistrement pour déterminer la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ du circuit R-L série pour ensuite déterminer la valeur de l'inductance d'induit L.

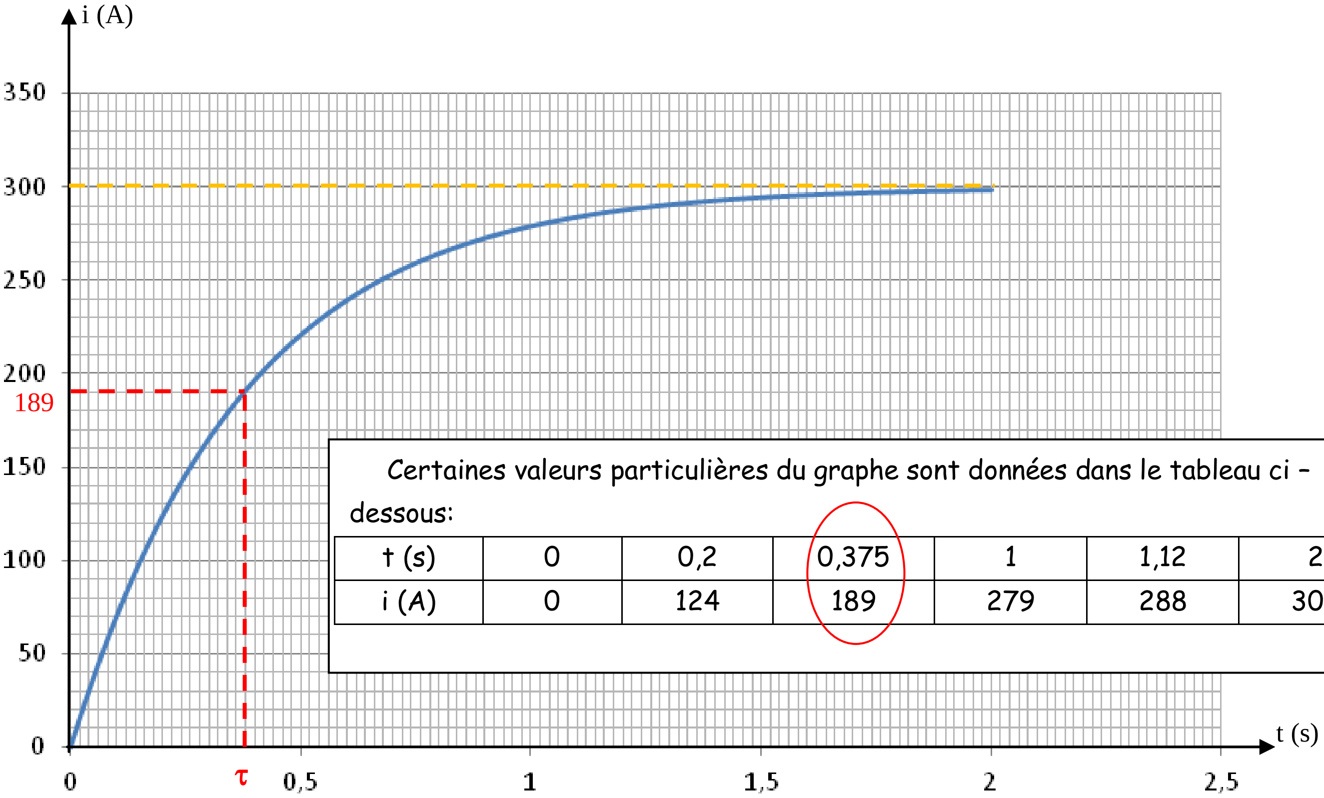
En utilisant la propriété qu'a l'instant t= $\tau$, la valeur du courant $i(\tau)$ est égale à 63% de sa valeur finale on détermine $\tau$.

*Application Numérique.*

D'après l'enregistrement de i(t), la valeur finale à la fin du régime transitoire est $I_{finale}$= 300 A, donc à l'instant $\tau$, $i(\tau) = 0{,}63.300 = 189$ A.

On place cette valeur sur le graphe et on en déduit que $\tau$ = 0,375 s. Pour plus de précision dans le résultat, on utilise les valeurs données dans le tableau.

L'exploitation graphique est donnée ci – dessous.




Certaines valeurs particulières du graphe sont données dans le tableau ci – dessous:

| t (s) | 0 | 0,2 | 0,375 | 1 | 1,12 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| i (A) | 0 | 124 | 189 | 279 | 288 | 300 |

Connaissant la valeur de la constante de temps $\tau$, on détermine L: L= $\tau$.R

*Application Numérique.*

L = $5.10^{-3}$.0,375 = 1,87 mH = 1,87 $10^{-3}$ H

Enfin, cette valeur permet de calculer l'ondulation maximale $\Delta i_{Max} = \frac{U}{8.L.f} = \frac{18}{8.1{,}87.10^{-3}.1000} = 1{,}2A$

**Retour à la problématique.**

On compare cette valeur par rapport au cahier des charges pour constater l'ondulation sera au maximum égale à 1% du courant d'induit nominal, ce qui permet d'atteindre la performance souhaitée.

| BTS électrotechnique 1° Année. | Régimes transitoires: Systèmes du 1°ordre. | Correction Fiche d'exercices de Sciences Appliquées. |
| --- | --- | --- |

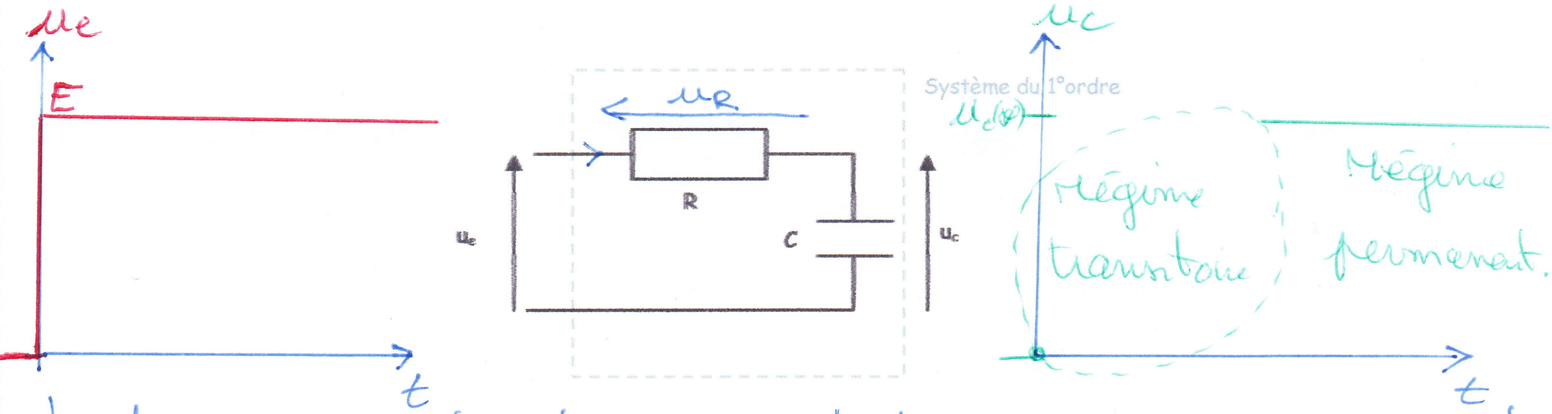
## Correction Exercice 1 : identification des caractéristiques du système.

Pour déterminer les paramètres, on identifie l'équation par rapport à l'écriture normalisée. On en détermine d'abord $\tau$ puis $T_0$.

| Equation différentielle | Paramètres |
| --- | --- |
| $\frac{dg_s}{dt}+10g_s=0{,}1g_e$<br>on identifie à<br>$\frac{dg_s}{dt}+\frac{1}{\tau}\cdot g_s=\frac{T_0}{\tau}\cdot g_e$ | $\frac{1}{\tau}=10 \rightarrow \tau=\frac{1}{10}=\boxed{0{,}1\,s=\tau}$<br>$\frac{T_0}{\tau}=0{,}1 \rightarrow T_0=0{,}1\cdot\tau$ et $\tau=0{,}1$<br>donc $T_0=0{,}01=\boxed{10^{-2}=T_0}$ |
| $5\frac{dg_s}{dt}+10g_s=5g_e$<br>on divise par 5 l'équation pour "supprimer" le 5 devant $\frac{dg_s}{dt}$.<br>$\frac{dg_s}{dt}+2\cdot g_s=1\cdot g_e$<br>on identifie à<br>$\frac{dg_s}{dt}+\frac{1}{\tau}\cdot g_s=\frac{T_0}{\tau}\cdot g_e$ | $\frac{1}{\tau}=2 \rightarrow \tau=\frac{1}{2}=\boxed{0{,}5\,s=\tau}$<br>$\frac{T_0}{\tau}=1 \rightarrow T_0=1\cdot\tau$ et $\tau=0{,}5$<br>donc $\boxed{T_0=0{,}5}$ |

## Exercice 2 : Réalisation d'une temporisation électronique.

On étudie le comportement de la tension $u_c$ quand on impose un échelon de tension d'amplitude E à $u_e$.




La tension $u_e=E$ à partir de $t=0$. La tension $u_c$ va varier de 0 à $u_c(\infty)$ (valeur finale) qui sera constante. L'objectif est de déterminer les caractéristiques de $u_c$ lors du régime transitoire.

1) Quelle est la relation entre les différentes tensions du montage.

$u_e = u_R + u_c = R.i + u_c$ (relation 1)

Le courant à travers un condensateur est lié à la tension à ses bornes par la relation : $i_c = C.\frac{du_c}{dt}$. relation (2)

2) A l'aide des deux relations précédentes, établir l'équation différentielle liant $u_c(t)$ à $u_e(t)$.

On introduit la relation (2) dans la relation (1) :

$u_e = RC.\frac{du_c}{dt} + u_c$. On divise l'égalité par RC pour pouvoir la comparer à l'écriture normalisée.

$$\frac{u_e}{RC} = \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}.u_c$$

3) Déterminer l'expression de la constante de temps du système, en fonction des éléments R et C.

En identifiant à l'écriture normalisée.

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}.u_c = \frac{1}{RC}.u_e \qquad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \rightarrow \tau = RC$$

$$\frac{dq_s}{dt} + \frac{1}{\tau}.q_s = \frac{T_0}{\tau}.u_e \qquad \frac{T_0}{\tau} = \frac{1}{RC} \rightarrow T_0 = \tau.\frac{1}{RC} = \cancel{RC}.\frac{1}{\cancel{RC}} = \boxed{1 = T_0}$$

4) Quelle est la valeur du gain statique ?

On vient de montrer que $T_0 = 1$. Donc si l'amplitude de l'échelon est E en entrée, la sortie ($u_c$) aura une valeur égale à E en régime permanent.

On donne E= 5V ; R = 10 KΩ ; C = 10 µF.

5) Quelle est la valeur de la tension $u_c$ en régime établi ?

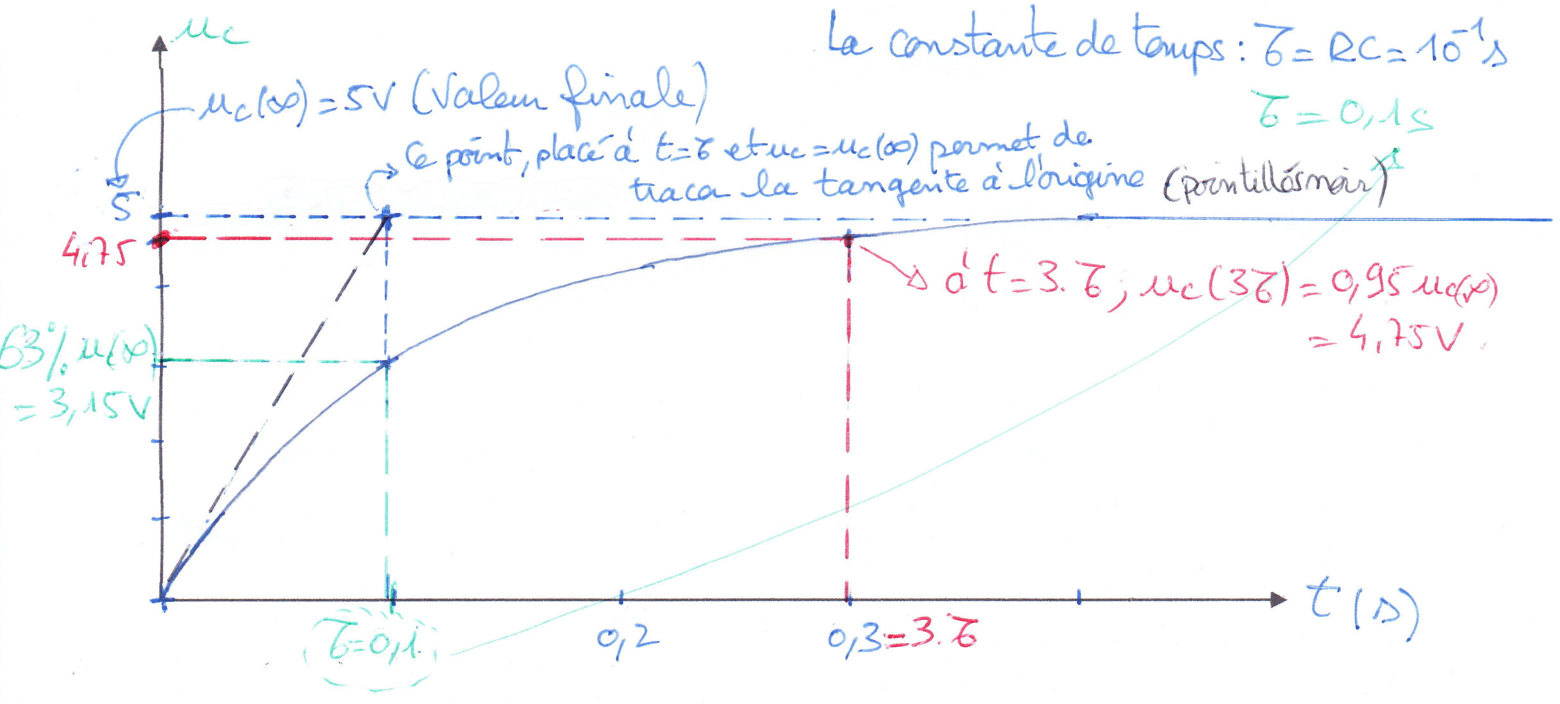
D'après la fiche de cours : $u_c(\infty) = T_0.E$ avec $u_c(\infty)$ = valeur finale de $u_c$.

Ici $E = 5V$ et $T_0 = 1$ donc $u_c(\infty) = 5V$ (Normal car $T_0 = 1$).

6) Esquissez l'allure de la tension de sortie $u_c(t)$.

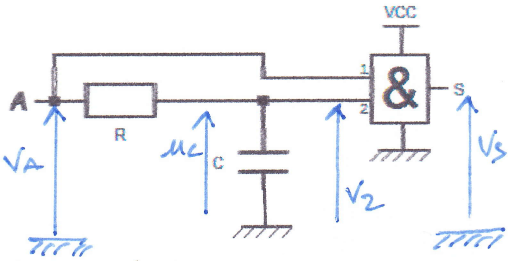
La constante de temps : $\tau = RC = 10^{-1}s$

$\tau = 0,1s$



# Réalisation d'une temporisation.

On associe le circuit précédent à une porte logique ET comme le montre le schéma ci-dessous. La tension $V_{cc}$ vaut 5V. On souhaite réaliser une temporisation d'une durée $t_{temp}$ = 100 ms.




Les caractéristiques de la porte logique sont les suivantes:

- Table de vérité: état logique de la sortie en fonction des états logiques des entrées 1 et 2.

| $V_1$ | $V_2$ | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

- Seuil des tensions d'entrée:

| Valeur de la tension $V_1$ (ou $V_2$) | Etat logique de $V_1$ ou $V_2$ |
|---|---|
| $0 < V_1 < V_{cc}/2$ | 0 |
| $V_{cc}/2 < V_1 < Vcc$ | 1 |

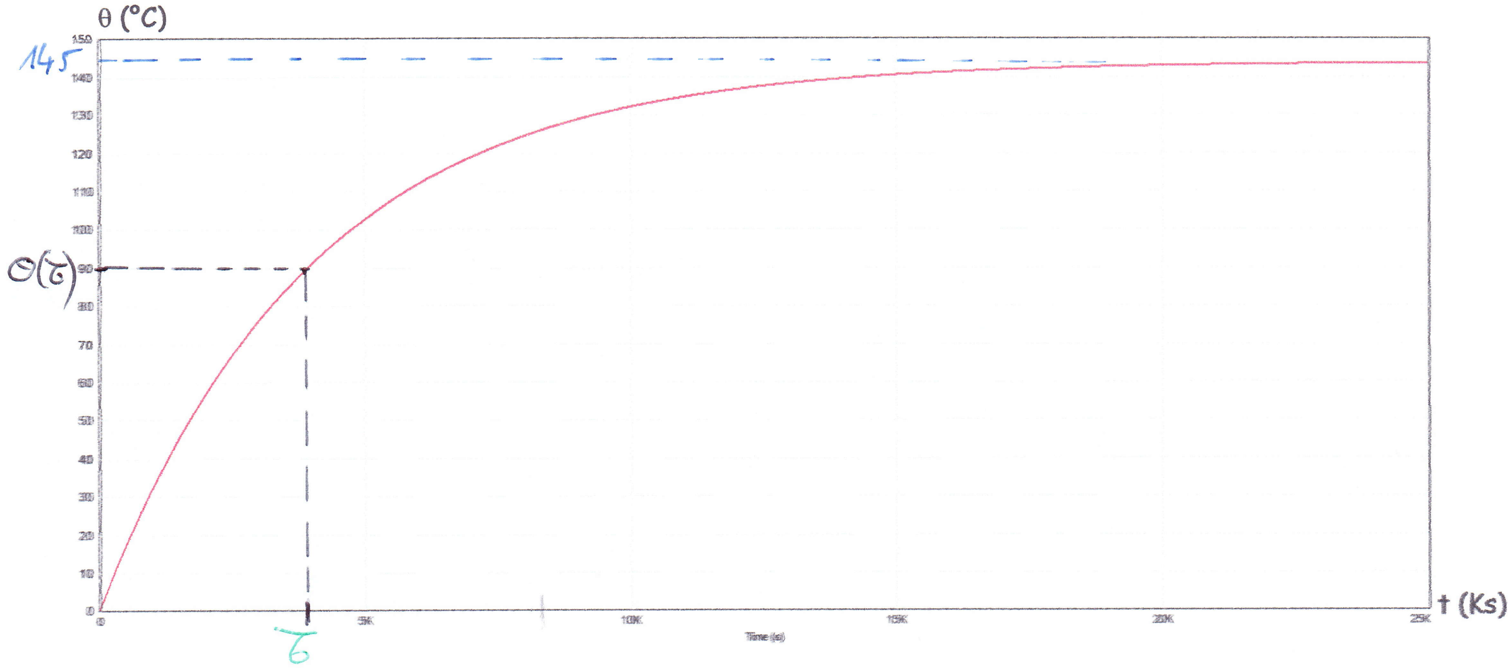
Les valeurs de R et C sont les mêmes que précédemment. A l'instant t=0 on applique un échelon de tension E=5V sur la borne A du montage.

7) *Compléter les chronogrammes ci-dessous et conclure sur la valeur de la temporisation.*

$V_S$ dépend de l'état logique de $V_1$ et $V_2$. On a $V_1 = V_A$ et $V_2 = u_c$.
D'après la table de vérité de la porte logique, $V_S$ sera à l'état logique "1" quand $V_1$ ET $V_2$ seront à l'état logique "1". Comme $V_1 = V_A$, dès l'instant $t=0$, $V_A = 5V$ donc, d'après les seuils d'entrée de la porte logique, l'état logique de $V_1 = V_A$ st 1. Mais comme $u_c = V_2$, il va falloir attendre que $u_c(t) = \frac{Vcc}{2}$ pour que son état logique passe à "1", et ainsi la sortie S.
La constante de temps du circuit $\tau = RC = 100ms$ nous permet d'esquisser $u_c(t) = V_2(t)$ et de déterminer graphiquement la valeur de la temporisation $t_{temp}$. La valeur finale de $u_c(\infty) = 5V$ car $T_0 = 1$ et l'amplitude de l'échelon $V_a = E = 5V$ $(u_c(\infty) = T_0 . E = 1.5 = 5V)$
On observe que la sortie bascule de "0" vers 1 au bout de 65ms, ce qui st inférieur à la temporisation souhaitée.

Etude du circuit de chauffe.

On cherche à évaluer la valeur de la résistance thermique du système; pour cela on a réalisé l'enregistrement de la montée en température suite à un échelon de puissance électrique.de 12 KW. Cependant, pour des raisons de sécurité, l'enregistrement à été arrêté à une température de 90°C; une courbe de tendance à permis de tracer l'évolution théorique de la température jusqu'au régime permanent.




7) A partir de l'enregistrement ci-dessus, déterminer la résistance thermique du système.

La grandeur d'entrée du système est P et la grandeur de sortie θ. Par identification on obtient : $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{MCR_{th}} \rightarrow \tau = MCR_{th}$ et $\frac{T_0}{\tau} = \frac{1}{MC} \rightarrow T_0 = R_{th}$

Donc pour évaluer $R_{th}$ on peut, soit utiliser la valeur finale de la température (cas 1) ou déterminer la constante de temps (cas 2). Graphiquement on a :

Cas 1 : $\theta(\infty) = 145°C$

on sait que $\theta(\infty) = T_0 . E$

avec $T_0 = R_{th}$ et $E = 12 KW$

donc $R_{th} = \frac{\theta}{E} = \frac{145}{12.10^3} = 1{,}2.10^{-2} K.W^{-1}$

Cas 2 : on cherche graphiquement $\tau$ en sachant qu'à $t = \tau$, $\theta(\tau) = 0{,}63.\theta(\infty)$

Soit $\theta(\tau) = 0{,}63.145 = 91°C = \theta(\tau)$

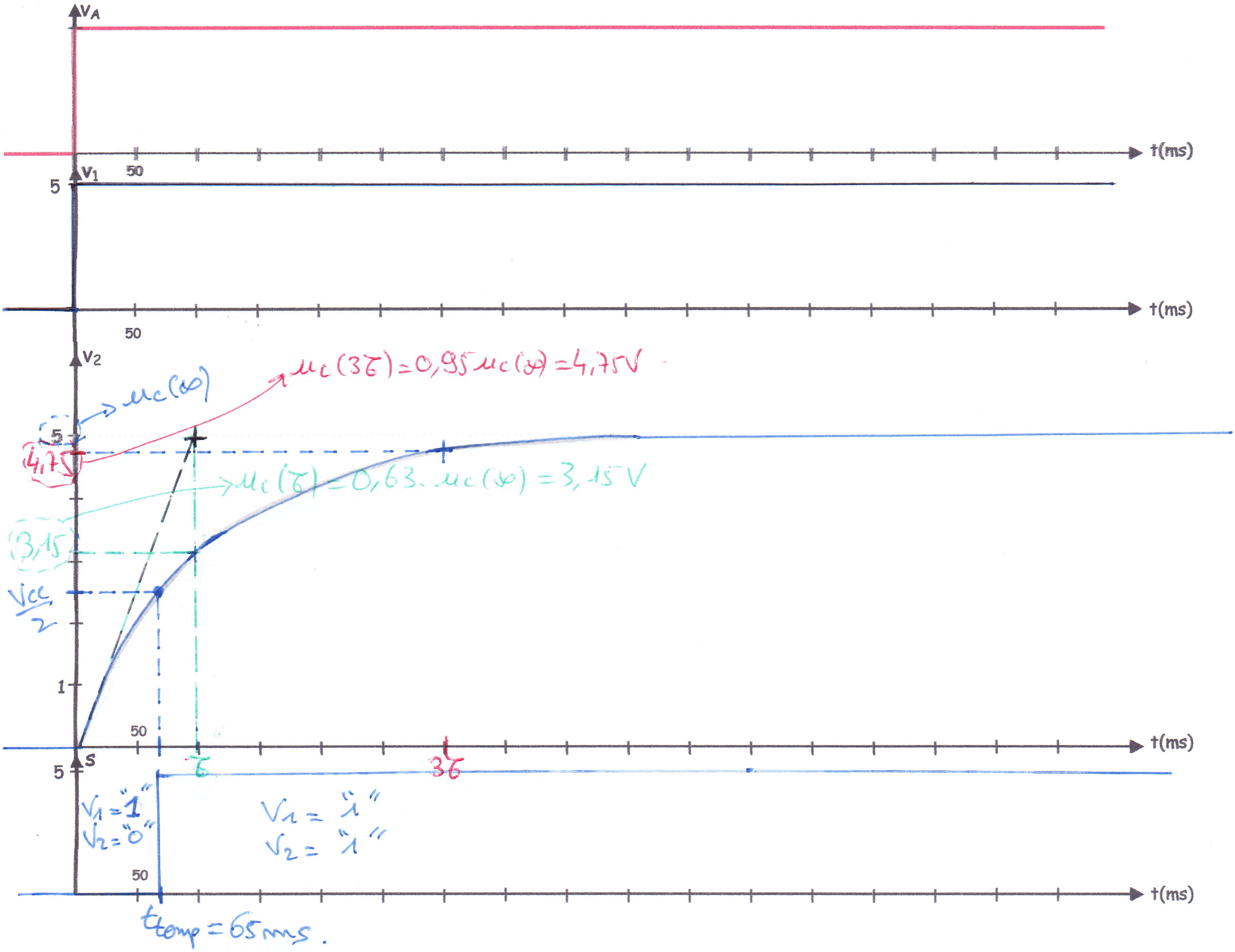
Donc $\tau = 4000 s$ et alors

$R_{th} = \frac{\tau}{MC} = \frac{4000}{80.4000} = 1{,}2.10^{-2} K.W^{-1}$

8) Quel serait l'effet d'une augmentation de $R_{th}$ sur la réponse en température, l'échelon de puissance restant inchangé?

9) Pourrait-on envisager alors de modifier la puissance électrique?

En augmentant $R_{th}$, on diminuerait les pertes de puissance vers le milieu ambiant. Pour une même puissance électrique (12KW) apportée, la température du liquide se stabiliserait à une valeur plus élevée. Ce raisonnement est "intuitif". Si on considère le modèle mathématique du système, $R_{th}$ correspond à $T_0$, donc $T_0$ augmenterait et la valeur finale $\theta(\infty) = T_0 . P$ aussi, ce qui confirme le raisonnement intuitif. On pourrait envisager de diminuer la puissance électrique installée car il n'est pas nécessaire d'atteindre $\theta(\infty)$ important →




8) Proposer une solution pour obtenir la valeur souhaitée.

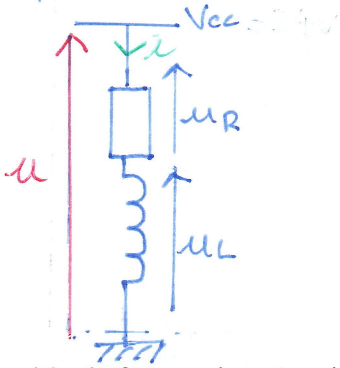
Pour obtenir $t_{temp} = 100$ ms, il faut qu'à cet instant $u_c = \frac{V_{cc}}{2}$.
Pour cela il faut augmenter la constante $\tau$ du circuit RC.
Comme $\tau = RC$, il suffit d'augmenter la valeur de R ou C.
Pour des raisons de commodités on utilise souvent un potentiomètre (résistance réglable) à la place de R, de façon à changer facilement la constante de temps du circuit et donc ici, la valeur de la temporisation.

## Exercice 3 : Alimentation d'un bain de dégraissage.

### Etude de la sortie de l'automate.

1) Etablir le schéma équivalent du dispositif à partir de l'instant t = 0.

A partir de $t=0$, le transistor est saturé donc $V_{CE}=0$, on le remplace par un fil. La diode est bloquée, donc aucun courant circule à travers. On remplace la bobine KM par son schéma equivalent, (R-L) série.




La grandeur d'entrée est notre tension $u$
A partir de $t=0$, elle vaut $u=V_{cc}$

La grandeur de sortie est le courant $i$

2) Montrer que le courant i(t) vérifie une équation différentielle du premier ordre.

$u = u_R + u_L$ (relation 1)

$u_L = L\dfrac{di}{dt}$ (relation 2)

$u_R = R.i$ (relation 3)

On insère les relations (2) et (3) dans la relation 1.

$u = Ri + L\dfrac{di}{dt}$

On divise par L l'égalité pour pouvoir identifier à l'écriture normalisée.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}.i = \frac{1}{L}.u \qquad \left(\frac{dg_s}{dt} + \frac{1}{\tau}.g_s = \frac{T_0}{\tau}\,g_e\right)$$

3) Déterminer l'expression puis la valeur numérique de la constante de temps du circuit.

En identifiant les deux equations on détermine $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{R}{L} \rightarrow \boxed{\tau = \dfrac{L}{R}}$

L'application Numerique donne : $\tau = \dfrac{145.10^{-3}}{27} = 5{,}37\ ms$.

4) L'intensité du courant atteint en régime établi est-elle compatible avec l'intensité maximale que peut fournir la sortie de l'automate programmable ?

Pour déterminer la valeur finale du courant en régime établi, il faut déterminer $T_0$. Par identification $\dfrac{T_0}{\tau} = \dfrac{1}{L} \rightarrow T_0 = \dfrac{1}{L}.\tau = \dfrac{1}{R} \Rightarrow i(\infty) = T_0.E = \dfrac{V_{cc}}{R} = 0{,}88A < \underset{\overset{\shortparallel}{I_{max}}}{2A}$.

5) On montre que la valeur du courant vaut la moitié de sa valeur finale à l'instant $t_{1/2} = 0{,}69.\tau$. Au bout de combien de temps le contacteur s'enclenche-t-il ?

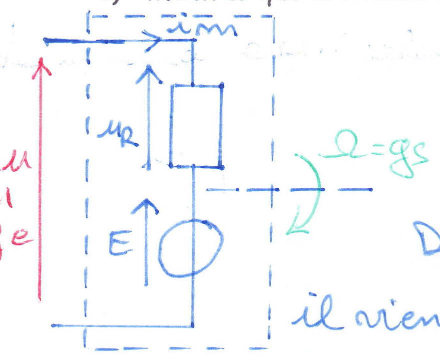
6) Peut-on estimer que le contact se fait "instantanément" vu la nature de la charge commandée ?

Le contact s'enclenche pour $t = t_{1/2} = 0{,}69.\tau = 0{,}69.5{,}37 = 3{,}7\ ms$.
Etant donné que la charge commandé est un dispositif de chauffe dont la constante de temps sera de l'ordre de la minute (ou plus), les 3,7 ms peuvent être négligées et considerer le contact instantanné.

Cependant, la constante de temps $\tau = MCR_{th}$ va augmenter aussi, et le système pourrait sembler plus long à répondre. Il faut donc prendre en considération la "dynamique" du système dans le choix.

## Exercice 4 : détermination du moment d'inertie d'un moteur.

1) Montrer que la vitesse du moteur vérifie l'équation différentielle : $\Omega + \frac{J_m R}{k^2}\frac{d\Omega}{dt} = \frac{U}{k}$




$u = E + R i_m$ et $E = k\Omega$ (relation 1) donc $u = k\Omega + R i_m$

Relation(2) $\Rightarrow i_m = \frac{T_m}{k}$ donc $u = k\Omega + R \cdot \frac{T_m}{k}$

Relation(3) $\Rightarrow T_m = J\frac{d\Omega}{dt} - T_r$ et $T_r = 0$ car machine à vide

Donc $u = k\Omega + \frac{R}{k} \cdot J \frac{d\Omega}{dt}$. En divisant par k l'égalité, il vient : $\frac{u}{k} = \Omega + \frac{R}{k^2} \cdot J \frac{d\Omega}{dt}$, équation demandée.

Pour déterminer $\tau$ et $T_0$, on divise l'égalité par $\frac{RJ}{k^2}$ et il vient :

$$\frac{d\Omega}{dt} + \frac{k^2}{RJ}\Omega = \frac{k}{RJ} \cdot U$$ On identifiera à $\frac{dgs}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot gs = \frac{T_0}{\tau} \cdot ge$.

avec $gs = \Omega$, $ge = U$

2) Montrer que l'expression de la constante de temps du moteur est : $\tau = \frac{R.J}{k^2}$.

$\frac{1}{\tau} = \frac{k^2}{RJ} \longrightarrow \boxed{\tau = \frac{RJ}{k^2}}$

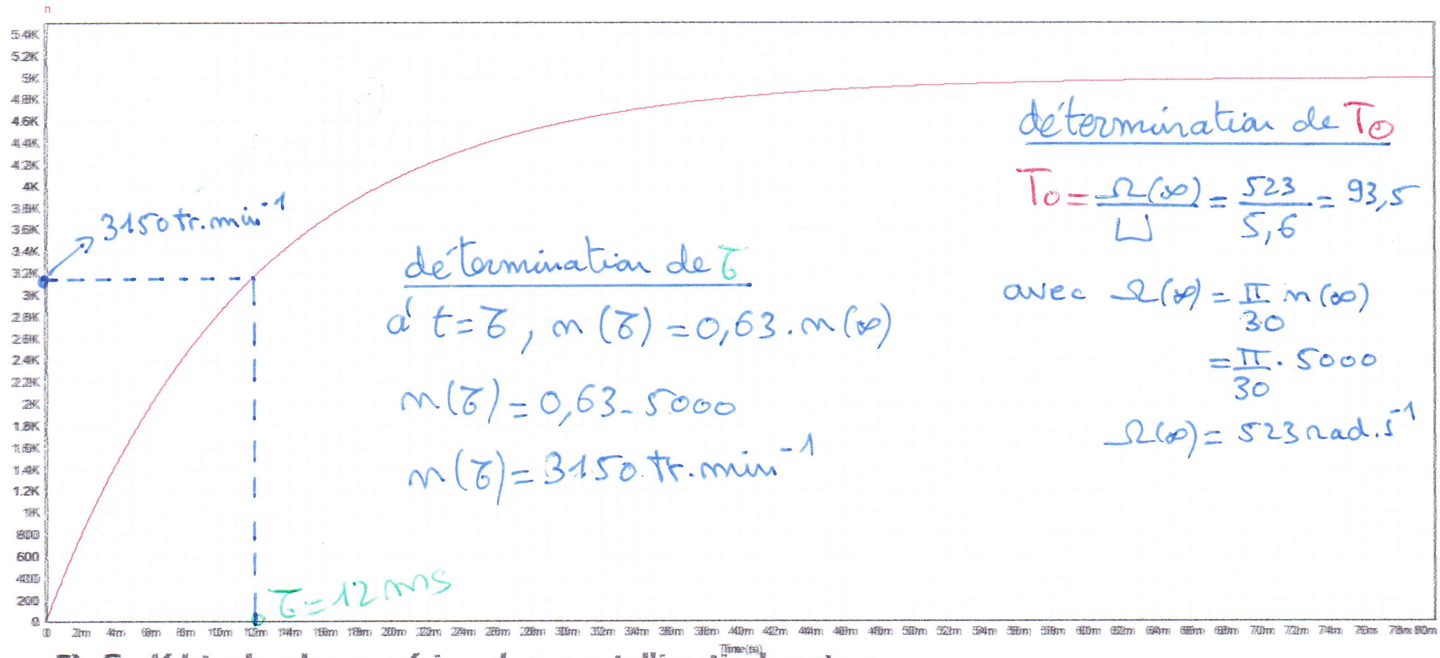
3) Montrer que l'expression du gain statique du moteur est : $T_0 = \frac{1}{k}$.

$\frac{T_0}{\tau} = \frac{k}{RJ} \longrightarrow T_0 = \frac{k}{RJ} \cdot \tau = \frac{\cancel{k}}{\cancel{RJ}} \cdot \frac{\cancel{RJ}}{\cancel{k^2}} = \boxed{\frac{1}{k} = T_0}$

Application Numérique :

$T_0 = \frac{1}{10{,}7 \cdot 10^{-3}} = 93{,}5 = T_0$

4) Déterminer ces valeurs graphiquement.




5) En déduire la valeur numérique du moment d'inertie du moteur.

On sait que $\tau = 12 \cdot 10^{-3}$ s $= \frac{RJ}{k^2} \rightarrow J = \frac{k^2 \cdot \tau}{R} = 9{,}15 \cdot 10^{-7}$ kg.m$^2$